

Contents

1 Grupos de ramificación superior	3
1.1 Definición y propiedades	3
1.2 Propiedades de las funciones ciclotómicas	9
2 Teorema de Kronecker-Weber	11
3 Campos de funciones ciclotómicas.	19
3.1 Definición y propiedades	19
3.2 Los módulos Λ_M	23
3.3 El polinomio ciclotómico en campos de funciones ciclotómicas	35
3.4 La aritmética de los campos de funciones ciclotómicas	41
3.5 El símbolo de Artin en campos de funciones ciclotómicas	54
3.6 La diferente y el género	70
4 El teorema de Kronecker-Weber para campos de funciones ciclotómicas	74
4.1 La extensión E/K	74
4.2 El campo K_T/K	75
4.3 El campo L_∞/K	80
4.4 La extensión $A = EK_TL_\infty$	81
4.5 La máxima extensión abeliana de K	82

CAMPOS CICLOTÓMICOS

En teoría de números es conocida la importancia de los campos ciclotómicos. Dichos campos resultan de adjuntarle raíces de la unidad al campo de números racionales. Un resultado fundamental en la teoría de campos ciclotómicos es el teorema de Kronecker-Weber que garantiza que cualquier extensión abeliana finita de los racionales es ciclotómica. Existen dos pruebas de dicho teorema, una usando teoría de campos de clase y la otra usando teoría más simple vía ramificación. De manera análoga se definen los campos de funciones ciclotómicos, de manera más compleja. El papel de los números racionales lo juega el campo de funciones racionales K en una variable T . Se contruyen ciertos polinomios y el campo de funciones ciclotómicos resulta de adjuntarle a K las raíces de dichos polinomios. El teorema de Kronecker-Weber también es válido con ciertos ajustes. La prueba se realiza con teoría de campos de clase y es posible que también vía ramificación.

En este trabajo de tesis abordaremos cierta teoría de campos de ciclotómicos y campos de funciones ciclotómicos y analizaremos el teorema de Kronecker-Weber para ambos casos.

Dicha tesis constará de cuatro capítulos.

En el primer capítulo definimos y analizamos los grupos de ramificación superior que son fundamentales para la prueba del teorema de Kronecker-Weber para el caso de campos ciclotómicos.

En el capítulo dos, probamos el teorema de Kronecker-Weber para el caso de campos ciclotómicos, utilizando teoría de ramificación.

En el capítulo tres definimos los campos de funciones ciclotómicos, presentamos resultados y propiedades de dichos campos análogos al caso de los campos ciclotómicos.

Por último en el capítulo cuatro damos una prueba del Kronecker-Weber para campos de funciones ciclotómicos utilizando teoría de campos de clase.