



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE YUCATÁN**  
**FACULTAD DE MATEMÁTICAS**



**MISIÓN**

Formar profesionales altamente capacitados, desarrollar investigación y realizar actividades de extensión, en matemáticas y computación, así como en sus diversas aplicaciones.

**ECUACIONES DIFERENCIALES II**

Cuarto semestre

**LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS**

Cuarto semestre

**LICENCIATURA EN INGENIERÍA EN COMPUTACIÓN**

Quinto semestre

Agosto 2006 – Enero 2007

## OBJETIVOS DE LA LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

Formar profesionales capaces de:

1. Manejar las herramientas matemáticas que propician el desarrollo de la ciencia y tecnología, así como el enriquecimiento de la cultura en general.
2. Contribuir a la resolución de problemas que requieran el empleo de procesos matemáticos o de la elaboración de modelos matemáticos.
3. Conducir procesos de desarrollo académico propios de la matemática.

## LICENCIATURA EN INGENIERÍA EN COMPUTACIÓN

1. Diseñar soluciones integradas de hardware y software a problemas de índoles científico y tecnológico en materia de análisis e integración de sistemas complejos.
2. Analizar e identificar los requerimientos para el diseño de sistemas computacionales acordes a la tecnología pertinente.
3. Adaptar, modificar e implementar capacidades y aplicaciones a sistemas de cómputo ad-hoc.
4. Automatizar y monitorear procesos de distinta índole, integrándolos bajo estándares de calidad y donde la alta propensión a la incertidumbre sea factor crítico.

## ECUACIONES DIFERENCIALES II

Semestre:	L.M. Cuarto I.C. Quinto
Horas:	72
Hrs/sem:	4.5
Créditos:	10
Clave:	MA-04

### OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA:

1. Describir el comportamiento de las soluciones de las ecuaciones diferenciales parciales de primer orden.
2. Resolver las ecuaciones de Laplace, del calor y de onda, vía métodos analíticos, numéricos y cualitativos.
3. Graficar el comportamiento de las soluciones apoyándose en algún paquete computacional y/o lenguaje de programación de alto nivel.
4. Plantear problemas físicos, biológicos o industriales vía una ecuación diferencial o un sistema de ecuaciones diferenciales e interpretará las soluciones de éstas como soluciones a los problemas originales.

### DESCRIPCIÓN:

Durante el curso el alumno conocerá técnicas analíticas y numéricas para estudiar las soluciones de las ecuaciones diferenciales parciales básicas: de primer orden, la ecuación de calor, la de onda, la de Poisson y la de Laplace.

### CONTENIDO:

#### 1. Introducción.

(4 sesiones)

#### Objetivos.

- 1) El alumno clasificará las ecuaciones de acuerdo a su orden y en cuanto a la linealidad o no linealidad.
- 2) Describirá el comportamiento de las ecuaciones de primer orden.
  - 1.1. El orden de una ecuación.
  - 1.2. Ecuaciones diferenciales lineales y no lineales.

### 1.3. Ecuaciones diferenciales de primer orden.

## 2. La Ecuación de Calor. (13 sesiones)

**Objetivo.** El alumno trabajará con la ecuación de calor en dominios acotados y no acotados.

2.1. Derivación de la ecuación de calor con condiciones de frontera y valores iniciales adecuados.

2.2. Separación de variables.

2.2.1. Condiciones de frontera del tipo de Dirichlet, Neuman y periódicas.

2.2.2. Eigenfunciones y eigenvalores de la ecuación  $\varphi'' + \lambda\varphi = 0$  con condiciones de frontera de Dirichlet, Neuman o periódicas.

2.2.3. Usar Maple para aplicar las fórmulas obtenidas por el método de separación de variables y para ilustrar gráficamente las soluciones.

2.3. Métodos numéricos explícitos. Diferencias hacia adelante, hacia atrás y centrales.

2.4. Aplicación de los métodos numéricos obtenidos para estudiar la ecuación de calor no lineal.

2.5. La ecuación de calor en un dominio no acotado.

2.5.1. Solución fundamental en  $\mathbf{R}$ .

2.5.2. Solución fundamental en  $\mathbf{R}^n$ .

2.5.3. Principio de Duhamel.

## 3. Series de Fourier. (5 sesiones)

**Objetivo.** El alumno conocerá las series y los coeficientes de Fourier y los usará en la resolución de ecuaciones diferenciales.

3.1. Teoremas de convergencia.

3.2. Serie en senos, cosenos y completa.

3.3. Diferenciación e integración término a término.

3.4. Aproximación de una función por medio de sus serie de Fourier usando Maple.

## 4. La Ecuación de Onda. (10 sesiones)

**Objetivo.** El alumno trabajará con la ecuación de onda en dominios acotados y no acotados.

4.1. Derivación del modelo matemático de la cuerda vibrante.

4.2. Separación de variables.

4.2.1. Condiciones de frontera del tipo de Dirichlet, Neuman y periódicas.

4.2.2. Repaso de eigenfunciones y eigenvalores de la ecuación  $\varphi'' + \lambda\varphi = 0$  con condiciones de frontera de Dirichlet, Neuman o periódicas.

4.2.3. Usar Maple para aplicar las fórmulas obtenidas por el método de separación de variables y para ilustrar gráficamente las soluciones.

4.3. Métodos numéricos explícitos.

4.4. Aplicación de los métodos numéricos obtenidos para estudiar la ecuación de onda no lineal.

4.5. La ecuación de onda en un dominio no acotado. El Método de D'Alambert.

## 5. El Problema de Eigenvalores de Sturm-Liuville. (6 sesiones)

**Objetivo.** El alumno conocerá los teoremas principales relacionados con el problema de eigenvalores de Sturm-Liouville, dará las demostraciones de algunos de éstos y los usará para el estudio de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales.

- 5.1. La ecuación de Sturm-Liouville y el problema regular de Sturm-Liouville.
- 5.2. Lista de los principales teoremas relacionados con el problema de Sturm-Liouville.  
Ejemplos ilustrativos.
- 5.3. Operadores autoadjuntos, la identidad de Lagrange y la fórmula de Green.
- 5.4. Eigenfunciones ortogonales y eigenvalores reales.
- 5.5. El cociente de Rayleigh.

## 6. Las Ecuaciones de Laplace y de Poisson. (10 sesiones)

**Objetivo.** El alumno trabajará con las ecuaciones de Laplace y de Poisson y conocerá las propiedades cualitativas más importantes de sus soluciones.

- 6.1. Temperatura de equilibrio en la ecuación de calor.
- 6.2. La ecuación de Laplace en un intervalo acotado.
- 6.3. La ecuación de Laplace en un rectángulo. El método de separación de variables.
- 6.4. Métodos numéricos explícitos.
- 6.5. La ecuación de Poisson. Solución numérica.
- 6.6. La ecuación de Laplace en disco circular.
  - 6.6.1. El laplaciano en coordenadas polares.
- 6.7. Propiedades cualitativas de la ecuación de Laplace: El teorema del valor medio y el principio del máximo.

### CRITERIOS DE EVALUACIÓN:

El curso se evaluará con exámenes y tareas. Se presentarán tres exámenes parciales que cubrirán lo siguiente:

- Examen Parcial 1: Unidades I, II.
- Examen Parcial 2: Unidades III, IV.
- Examen Parcial 3: Unidades V, VI.

Para presentar cada examen parcial es requisito entregar las tareas correspondientes. Cada examen parcial tendrá un peso del 20% del promedio del curso y las tareas el 20%. Todos presentan el examen ordinario que tiene un valor de 20%.

### BIBLIOGRAFÍA:

- 1. Avner, F y Littman, W.  
Industrial Mathematics.  
SIAM, 1994.
- 1. Betounes, B.  
Partial Differential Equations for Computational Science.  
Springer-Verlag, 1998.
- 1. Cooper, J.  
Introduction to Partial Differential Equations with MATLAB.  
Birkhuse, 1998.
- 1. E.C. Zachmandglou, D.W. Thoe.  
Introduction to Partial Differential Equations.  
With Applications Dover, 1986.
- 1. Haberman, R.  
Elementary Applied Partial Differential Equations.

Simon \& Schuster, 1998.

1. O' Nelly, P.V.  
Begining Partial Differential Equations.  
Wiley, 1999.

**PROGRAMAS DE COMPUTADORA:**

MATLAB.

**Perfil profesiográfico del profesor:**

Licenciado en Matemáticas, preferentemente con posgrado y experiencia docente, de investigación o de trabajo en el área.

**Elaboración:** Dr. Ángel G. Estrella González.

**Fecha de elaboración:** Enero de 2002.