



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE YUCATÁN
FACULTAD DE MATEMÁTICAS



MISIÓN

Formar profesionales altamente capacitados, desarrollar investigación y realizar actividades de extensión, en Matemáticas y Computación, así como en sus diversas aplicaciones.

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Quinto semestre

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Semestre:	Quinto
Horas:	72
Hrs/sem:	4.5
Créditos:	10
Clave:	CA-04

OBJETIVOS DE LA LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS.

Formar profesionales capaces de:

1. Manejar las herramientas matemáticas que propician el desarrollo de la ciencia y tecnología, así como el enriquecimiento de la cultura en general.
2. Contribuir a la resolución de problemas que requieran el empleo de procesos matemáticos o de la elaboración de modelos matemáticos.
3. Conducir procesos de desarrollo académico propios de la matemática.

DESCRIPCION DE LA MATERIA:

En este curso se da un tratamiento formal a algunos de los conceptos tratados en los cursos de Cálculo, haciendo énfasis en los aspectos teóricos. El curso fomenta en el alumno la habilidad para resolver problemas relacionados con dichos conceptos, pero que requieren argumentos y soluciones más sofisticados. Además se generalizan los conceptos de función, límite, continuidad y sucesión, a espacios métricos y se realiza el estudio de sucesiones y series de funciones.

OBJETIVOS:

1. Manejar los siguientes conceptos básicos del Análisis: espacios métricos, continuidad y convergencia.
2. Manejar las propiedades de conceptos anteriores.
3. Demostrar y manejar los principales resultados que se derivan de los conceptos antes mencionados.

CONTENIDO:

1. El conjunto de los Números Reales.

Número de sesiones: 10

Objetivo de la unidad:

El alumno describirá en forma breve la construcción de los números reales, aplicará y demostrará rigurosamente las propiedades de éstos, identificando cuáles de ellas se pueden generalizar a otros conjuntos.

1.1 Introducción.

1.1.1 Teoría de conjuntos infinitos: conjuntos numerables, conjuntos no numerables.

1.1.2 Bosquejo de la construcción de los reales por el proceso de Dedekind.

1.2 Conjuntos ordenados.

1.2.1 Relación de orden.

1.2.2 Mínima cota superior y máxima cota inferior de conjuntos ordenados.

- 1.3 Campos.
- 1.3.1 Axiomas y propiedades de campo.
- 1.3.2 Propiedades algebraicas de campos ordenados.
- 1.3.3 Ejemplos de campos ordenados y no ordenados: algunos campos finitos, el campo de los números complejos y otros.
- 1.4 El sistema de los números reales.
- 1.4.1 Propiedades de los números reales: propiedades de campo, propiedades de orden y de completitud.
- 1.4.2 Representaciones decimales infinitas de números reales.

2 Algunos conceptos topológicos en espacios métricos.

Número de sesiones: 11

Objetivo de la unidad:

El alumno generalizará la noción de distancia y algunas clases de conjuntos en \mathbb{R} a través del concepto de espacio métrico, probará algunos resultados relativos a éstos y resolverá problemas diversos como base para el estudio de funciones definidas sobre dichos conjuntos y espacios.

- 2.1.1 Espacios métricos.
- 2.1.2 Métrica.
- 2.1.3 Espacios acotados.
- 2.2 Topología en espacios métricos.
- 2.2.1 Conjuntos abiertos y cerrados.
- 2.2.2 Puntos límite de cerradura y de frontera.
- 2.2.3 Conjuntos densos.
- 2.2.4 Teorema de Baire.
- 2.3 Conjuntos perfectos.
- 2.3.1 El conjunto de Cantor.
- 2.4 Compacidad.
- 2.4.1 Teorema del encaje.
- 2.4.2 Teorema de Heine Borel.
- 2.4.3 Teorema de Bolzano –Weierstrass.
- 2.5 Conexidad.
- 2.5.1 Conjuntos convexos.

3. Sucesiones y series numéricas.

Número de sesiones: 8

Objetivo de la unidad:

El alumno demostrará propiedades y criterios de convergencia de sucesiones y series y los utilizará en situaciones particulares.

- 3.1 Sucesiones convergentes.
- 3.1.1 El lema de la sucesión.
- 3.1.2 Teoremas relativos a sucesiones convergentes.
- 3.2 Subsucesiones.
- 3.2.1 Compacidad y compacidad secuencial.
- 3.2.2 Teorema de Bolzano-Weierstrass.
- 3.3 Espacios completos.
- 3.3.1 Sucesión de Cauchy y sus propiedades.

- 3.3.2 Propiedades y caracterización de los espacios completos.
- 3.3.3 \mathbb{R}^k como espacio completo.
- 3.4 Límites superior e inferior.
- 3.4.1 Caracterización de los límites superior e inferior.
- 3.5 Series.
- 3.5.1 Condición de Cauchy para series.
- 3.5.2 Convergencia absoluta y condicional.
- 3.6 Criterios de convergencia.
- 3.6.1 Criterios de la raíz, de la razón y de comparación.
- 3.6.2 Criterios de Dirichlet y Abel.
- 3.7 Series de potencias.
- 3.8 Multiplicación de series.
- 3.8.1 Producto de Cauchy de dos series.

4. Continuidad.

Número de sesiones: 9

Objetivo de la unidad:

El alumno generalizará a espacios métricos los teoremas sobre continuidad, para resolver problemas que tienen que ver con las funciones en dicho contexto, enfatizando los aspectos teóricos de esta generalización.

- 4.1 Límites de funciones en espacios métricos.
- 4.2 Funciones continuas en espacios métricos.
- 4.3 Caracterización de la continuidad en términos de abiertos y cerrados.
- 4.4 Caracterización de la continuidad en términos de sucesiones.
- 4.5 Continuidad y compacidad.
- 4.6 Continuidad y conexidad.
- 4.7 Propiedades globales de las funciones continuas.
- 4.8 Discontinuidades de las funciones reales.
- 4.9 Discontinuidades de una función monótona.

5. Sucesiones y series de funciones.

Número de sesiones: 9

Objetivo de la unidad:

El alumno manejará los conceptos de convergencia puntual y convergencia uniforme y además los aplicará en la solución de ejercicios y la demostración de algunos teoremas importantes sobre el tema.

- 5.1 Convergencia puntual y convergencia uniforme de sucesiones.
- 5.2 Sucesiones de funciones continuas.
- 5.3 Sucesiones de funciones diferenciables.
- 5.4 Convergencia puntual y convergencia uniforme de series de funciones.
- 5.5 Teorema de Dini y Teorema de Stone –Weierstrass.
- 5.6 Familias equicontinuas de funciones.
- 5.7 Teorema de Arzelá-Áscoli.

ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA:

Conferencia, interrogatorio, tormenta de ideas, resolución de ejercicios, demostración.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN:

Exámenes: 80%

Tareas y exposiciones: 20%

Proyectos finales: puntos extra

NEXOS ACADÉMICOS: Análisis Matemático II.

BIBLIOGRAFÍA:

1. Apóstol, T. M. *Análisis Matemático I*. Reverté, 1981.
2. Bartle S. *Introducción al Análisis Matemático de una Variable*. Segunda edición. Limusa. 2002.
3. Boas, R. P. Jr. *A Primer of Real Functions*. The Mathematical Association of America, 1996.
4. Davidson K. *Real Analysis with Real Applications*. Prentice Hall. 2002
5. Rudin, Walter. *Principios de Análisis Matemático*. México: McGraw-Hill, 3ª edición, 1987.
6. Stahl, S. *Real Analysis: a Historical Approach*. Wiley, 1999.
7. Thomson B. *Elementary Real Análisis*. Prentice Hall. 2001.
8. Sanchez V. Análisis de Variable Real. <http://www.mat.ucm.es/~victorms/ar.pdf?>

PERFIL PROFESIOGRÁFICO DEL PROFESOR:

Licenciado en Matemáticas, preferentemente con posgrado y experiencia docente, de investigación o de trabajo en el área.

Modificación: L.M. Juan Antonio Burgos Chablé, P/L.M. Lucía Belén Gamboa Salazar, M. en C. Felipe Rosado Vázquez.

Fecha de modificación: 27 de junio de 2002.