



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE YUCATÁN
FACULTAD DE MATEMÁTICAS



MISIÓN

Formar profesionales altamente capacitados, desarrollar investigación y realizar actividades de extensión, en Matemáticas y Computación, así como en sus diversas aplicaciones.

Optativa

ANÁLISIS FUNCIONAL

Dr. Gerardo García Almeida

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

Septiembre 2005 - Enero 2006

LICENCIADO EN MATEMÁTICAS

OBJETIVOS:

Formar profesionales capaces de:

1. Manejar las herramientas matemáticas que propician el desarrollo de la ciencia y tecnología, así como el enriquecimiento de la cultura en general.
2. Contribuir a la resolución de problemas que requieran del empleo de procesos matemáticos o de la elaboración de modelos matemáticos.
3. Conducir procesos de desarrollo académico propios de la matemática.

DESCRIPCIÓN DE LA MATERIA:

En este curso se da una introducción al análisis funcional sin requerir un conocimiento previo de Teoría de la Medida. Se estudia la teoría básica de espacios normados, espacios de Banach, espacios con producto interno y espacios de Hilbert. Se incluye al final una unidad de temas selectos que se escogerán de acuerdo a los intereses del estudiante

OBJETIVOS:

1. Manejar los conceptos básicos del análisis funcional
2. Analizar la teoría de los siguientes espacios: de Banach, normados, de producto interno y de Hilbert.

CONTENIDO:

1. Espacios normados y espacios de Banach.

Número de sesiones: 12

Objetivo de la unidad:

El alumno describirá las propiedades generales de los espacios normados y de Banach y demostrará algunos resultados básicos sobre estos espacios.

- 1.1 Espacios normados y espacios de Banach.
- 1.2 Propiedades de espacios normados.
- 1.3 Espacios normados de dimensión finita. Subespacios de espacios normados.
- 1.4 Compacidad y dimensión finita.
- 1.5 Operadores lineales.
- 1.6 Operadores lineales acotados y continuos.
- 1.7 Funcionales lineales.
- 1.8 Operadores lineales y funcionales en espacios de dimensión finita.
- 1.9 Espacios normados de operadores y espacio dual.

2. Espacios con producto interno y espacios de Hilbert.

Número de sesiones: 12

Objetivo de la unidad:

El alumno describirá las propiedades generales de los espacios con producto interno y los espacios de Hilbert y demostrará algunos resultados básicos sobre estos espacios.

- 2.1 Espacios con producto interno y espacios de Hilbert.
- 2.2 Propiedades de espacios con producto interno.
- 2.3 Complementos ortogonales y sumas directas.
- 2.4 Conjuntos y sucesiones ortonormales.
- 2.5 Series relacionadas con conjuntos y sucesiones ortonormales.
- 2.6 Conjuntos y sucesiones ortonormales totales.
- 2.7 Representación de funcionales en espacios de Hilbert.
- 2.8 Operador adjunto de Hilbert.
- 2.9 Operadores autoadjuntos, unitarios y normales.

3. Teoremas fundamentales para espacios normados y espacios de Banach.

Número de sesiones: 15

Objetivo de la unidad:

El alumno demostrará y aplicará los teoremas de Hahn-Banach, del Mapeo Abierto y de la Gráfica Cerrada en problemas que requieran estos teoremas fundamentales para su resolución.

- 3.1 Lema de Zorn.
- 3.2 Teorema de Hahn-Banach.
- 3.3 Teorema de Hahn-Banach para espacios vectoriales y espacios normados definidos sobre los números complejos.
- 3.4 Funcionales lineales acotados en $C[a,b]$.
- 3.5 Operador adjunto.
- 3.6 Espacios reflexivos.
- 3.7 Principio de Acotamiento Uniforme.
- 3.8 Convergencia fuerte y convergencia débil.
- 3.9 Convergencia de sucesiones de operadores y funcionales.
- 3.10 Teorema del Mapeo Abierto.
- 3.11 Operadores lineales cerrados y el Teorema de la Gráfica Cerrada.

Temas selectos.

Número de sesiones: 9

Objetivo de la unidad:

El alumno aplicará los conceptos cubiertos en las unidades anteriores para el estudio de diversos temas del Análisis Funcional o de sus aplicaciones en otras áreas de la Matemática o en Modelación Matemática.

Temas a elegir (La lista no es exhaustiva):

- 1. Teorema de Punto Fijo de Banach.
- 2. Teoría de Aproximación.
- 3. Teoría Espectral
- 4. Operadores Compactos y su espectro.
- 5. Aplicaciones a Ecuaciones Diferenciales.

ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA:

Conferencia, interrogatorio, tormenta de ideas, resolución de ejercicios, demostración.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN:

Exámenes: 80%

Tareas: 20%

ANTECEDENTES ACADÉMICOS:

Análisis Matemático I

BIBLIOGRAFÍA:

1. -Hirsch, F. y Lacombe, G. *Elements of Functional Analysis*. Springer-Verlag, 1999.
2. Kreyszig, E. *Introductory Functional Analysis with Applications*. Wiley, 1978.
3. Royden, H. L. *Real Analysis*. Mc Millan, 1988.
4. Rudin, W. *Functional Analysis*. McGraw-Hill, 1973.
5. Limaye, B. V. *Functional Analysis*. Wiley, 1981.
6. Oden, J. y Demkowicz, L. *Applied Functional Analysis*. CRC Press, 1996.
7. Taylor, A. y Lay, D. *Introduction to Functional Analysis*. Wiley, 1980.
8. Schechter, M. *Principles of Functional Analysis*. AMS, 2002.
9. Kantorovich, L. y Akilov, G. *Functional Analysis, Second Edition*. Pergamon Press, 1982.
10. Dunford y Schwartz *Linear Operators (Parts I and II)*. Interscience Publishers, INC, 1957.

PERFIL PROFESIOGRÁFICO DEL PROFESOR.

Licenciado en Matemáticas, preferentemente con posgrado y experiencia docente, de investigación o de trabajo en el área.

Elaboración: Cuerpo académico de ecuaciones diferenciales y análisis.

Fecha de elaboración: Diciembre, 2003.