XXIII OLIMPIADA MEXICANA DE MATEMÁTICAS

Examen de Zona

Nivel Benjamín

XXIII Olimpiada Mexicana de Matemáticas
Examen Zonal de Secundarias, Nivel Benjamín.
Yucatán 2008.
Soluciones.

Problema 1.

Supongamos que el lado del cuadrado grande es de 4 centímetros. Entonces existen 8 cuadrados de 1cm de lado, 5 cuadrados de 2cm de lado (3 en la parte superior y 2 en la parte inferior) y 1 de 4cm de lado. Así hay 8 + 5 + 1 = 14 cuadrados en total.

La respuesta es **c)**.

Problema 2.

Vemos que, en un principio, a lo más se podrían quitar dos cuadrados de lado 2cm. Quitando los cuadrados de 2cm, se puede comer en 5 mordidas. Si solo quitamos un cuadrado de 2cm entonces se necesitarían más de 5 mordidas. Así el mínimo de mordidas que se puede hacer es 5.

La respuesta es **d)**.

Problema 3.

Área sombreada = área del triángulo grande - área del triángulo chico

$$= \frac{10(24)}{2} - \frac{5(12)}{2}$$

$$= 120 - 30 = 90$$

La respuesta es c).

Problema 4.

El peso del tercer cochinito es el doble del peso de Babe, es decir, *peso 3er cochinito* = 2(*peso Babe*); el peso del segundo cochinito es el doble del peso del tercer cochinito, es decir, *peso 2do cochinito* = 2(*peso 3er cochinito*) y por lo que vimos antes *peso 2do cochinito* = 4(*peso Babe*); el peso del primer cochinito es el doble del peso del segundo cochinito, es decir, *peso 1er cochinito* = 2(*peso 2do cochinito*) y por lo que vimos antes *peso 1er cochinito* = 8(*peso Babe*). Como el peso de los cuatro cochinitos es de 120, entonces:

$$(\textit{peso Babe}) + (\textit{peso 3er cochinito}) + (\textit{peso 2do cochinito}) + (\textit{peso 1er cochinito}) = 120$$
$$(\textit{peso Babe}) + 8(\textit{peso Babe}) + 4(\textit{peso Babe}) + 2(\textit{peso Babe}) = 120.$$

Por tanto 15 veces el peso de Babe es igual 120. Así el peso de Babe es de 8kg.

La respuesta es **a)**.

Problema 5.

En general, cada superhéroe por cada determinado número de días que tiene que estar en competencia son los mismos días que tiene que descansar, pero cuando llegue al final ya no tendrá que descansar dentro de la competencia, así

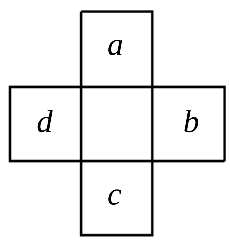
Flach tardaría 36-1 = 35 días
Vatman tardaría 36-2 = 34 días
Zuperman tardaría 36-3 = 33 días,

Así Zuperman llegaría primero.

La respuesta es **b)**.

Problema 6.

Llamemos *a*, *b*, *c*, *d* al resto de los números de la cruz como indica la siguiente figura:



Como la suma de los números en la horizontal debe ser igual a la suma de los números en la vertical debe cumplirse que

$$a+c+x=d+b+x$$

Y entonces debe cumplirse que

$$a+c=d+b$$

Notemos que si x fuera 4 entonces se necesitaría que la suma de dos de los números 1,7,10,13 fuera igual a la suma de los restantes dos. Lo cual no es posible dado que las sumas de dos cualesquiera de esos números son:

$$1 + 7 = 8 \neq 23 = 10 + 13$$
$$1 + 10 = 11 \neq 20 = 7 + 13$$
$$1 + 13 = 14 \neq 7 + 10 = 17$$

Por otro lado cualquiera de las opciones 1,7, 13 es un valor de x con el cual la cruz puede ser llenada, como el amable lector puede verificar.

La respuesta es **b)**.

Problema 7.

Llamemos ***x*** al costo del boleto. Notemos que $x < 8$ ya que si $x = 8$ entonces el monto de los boletos pagados por las niñas sería 21 x 8 = 168, lo cual no es posible ya que se pago $160 en total. Entonces ***x*** es un número entre 5 y 7. Además notemos que el monto total, $160, debe ser un múltiplo de ***x***, el costo de cada boleto. De los números 5, 6, 7 sólo el 5 divide a $160, por lo que $x = 5$. De esta manera el número de personas que asistieron es igual al monto total pagado entre el costo de cada boleto, es decir $160 \div 5 = 32$. Como 21 asistentes son niñas, el resto, 32-21 = 11 son niños.

La respuesta es **a)**.

Problema 8.

El entrenador baña a un elefante en 40 minutos. Entonces en un minuto limpia $\frac{1}{40}$ de un elefante. Su hijo baña a un elefante en dos horas, es decir, en 120 minutos entonces en un minuto limpia $\frac{1}{120}$ de un elefante. Entonces trabajando juntos podrán limpiar $\frac{1}{40} + \frac{1}{120} = \frac{1}{30}$ de un elefante. Por lo tanto tardarán 30 minutos en bañar a un elefante, entonces tardarán 90 minutos en bañar a 3, lo que es lo mismo, tardarán una hora y media.

La respuesta es **e)**.

Problema 9.

Llamemos x al lado más pequeño del rectángulo y W el lado mas grande, entonces

$$2x + 2W = 14,$$

y por tanto

$$x + W = 7.$$

Notemos que $x + W$ es la longitud del lado del cuadrado grande, así el área sería 49.

La respuesta es **a)**.

Problema 10.

Notemos que al dividir 375 entre 24 obtenemos 15 y sobran 15, entonces el último número de la fila 15 es 360, así en la fila 16 están los asientos numerados del 361 hasta el 384, entonces el asiento con el numero 375 se encuentra en la fila 16.

La respuesta es **e)**.

Problema 11.

Al ir jugando nos damos cuenta que solo hay un camino para llegar a la posición final, ya que las otras opciones harían imposible terminarlo. Por lo que el mínimo numero de movimientos seria 8.

La respuesta es **d)**.

Problema 12.

Por la pista 2 el último botón en ser pulsado no es el marcado con el número 2 o el número 3 y por la pista 1 tampoco puede ser el marcado por el número 4, así el *último* botón en ser pulsado es el marcado por el número 1. Por la pista 3, sabemos que el *primer* botón en ser pulsado debe estar separado por dos botones del *último* que se debe pulsar (el marcado con el número 1) y el botón que cumple esto es el marcado con el número 2. Por la pista 3 el botón marcado con el número con el número 3 no puede ser el *tercer* botón es ser pulsado, así que el botón marcado con el número 4 debe ser el *tercer* botón en ser pulsado. Por tanto, el *segundo* botón en ser pulsado es el marcado con el número 3.

La respuesta es **c)**.