



XXIII OLIMPIADA MEXICANA DE MATEMÁTICAS



**Examen Pre-selectivo Interno de Secundarias
Nivel Benjamín**

SOLUCIONES

Problema 1. En un grupo de 30 alumnos todos practican un deporte, basquetbol o futbol, de los cuales, 20 juegan futbol y 15 basquetbol, ¿cuál es la cantidad de alumnos que juegan ambos deportes?

Solución: Si sumamos todos los alumnos que juegan fútbol (20), más todos los alumnos que juegan básquetbol (15), obtenemos 35. Sin embargo, estamos sumando dos veces a los alumnos que juegan ambos deportes, como en total solo hay 30 alumnos, y nuestra suma excedió este número por 5 alumnos, tenemos que éstos son los que juegan ambos deportes.

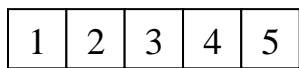
La respuesta es (e).

Problema 2. ¿Cuántos números, mayores que 7, dividen a 64?

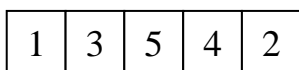
Solución: Los números que dividen a 64 son: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64. De los cuales 8, 16, 32, y 64 son mayores que 7.

La respuesta es (d).

Problema 3. Para jugar el juego del Farfo se ponen sobre una mesa 5 cartas numeradas del 1 al 5 como se indica a continuación

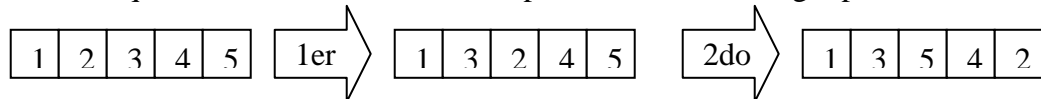


Una jugada consiste en intercambiar 2 cartas, ¿cuál es el mínimo número de jugadas requerido para obtener el siguiente arreglo?



Solución: Observemos que en el último arreglo, solo 2 cartas conservaron su posición original (las cartas numeradas con el 1 y el 4). Es decir, tenemos que mover tres cartas. En cada movimiento del juego de Farfo solo se permite cambiar la posición de 2 cartas. Así, con un movimiento será imposible obtener el arreglo pedido.

Veamos que con dos movimientos sí se puede obtener el arreglo pedido:



La respuesta es (b).

Problema 4. ¿Cuántos ceros aparecen en el número que se obtiene al multiplicar $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ y $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$?

Solución: El número que obtenemos al multiplicar $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ y $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$ es:

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5.$$

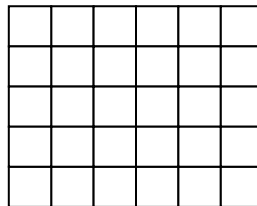
Observemos que $2 \times 5 = 10$ y esto aporta un cero al final del número. Así, cada vez que aparecen un "2" y un "5" en la multiplicación aparece un nuevo cero. (Recordemos que "el orden de los factores no altera el producto"). En el número $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$ hay 5 números "2" y 7 números "5", por tanto

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times 5 \times 5.$$

Podemos observar que se forman 5 parejas 2×5 , por tanto tendremos 5 ceros al final del número.

La respuesta es (c).

Problema 5: Cristian y Tony asistieron a la feria de las libretas donde cada uno compró una libreta a cuadros. Cada plana de esa libreta se veía como la siguiente figura:

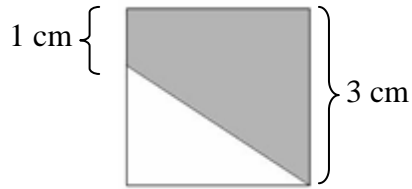


La maestra, les dejó como tarea pintar de azul o negro todos los cuadritos de una hoja (cada cuadrito se pinta de un solo color). Al día siguiente Tony le comentó a Cristian, "los cuadritos que pintaste de azul, yo los pinté de negro y los que pintaste de negro, yo los pinté de azul". Entre Cristian y Tony, ¿cuántos cuadritos pintaron de azul?

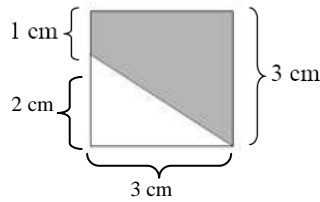
Solución: La cantidad de cuadritos que pintó de azul Cristian es la misma cantidad de cuadritos que Tony pintó de negro, pero la cantidad total de cuadritos que pintó Tony es 30 (tomando en cuenta tanto los azules como los negros), por tanto la cantidad de cuadritos azules que pintaron de azul entre Cristian y Tony es 30.

La respuesta es (c).

Problema 6. El siguiente cuadrado tiene 3 cm de lado, ¿cuál es el área de la parte sombreada?



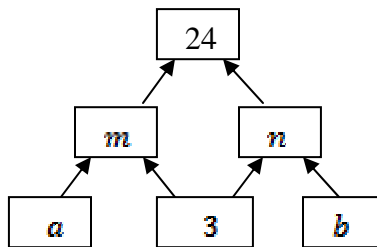
Solución: Primero observemos que



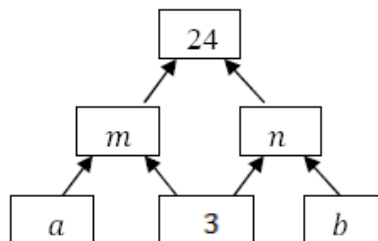
El área de la parte sombreada es el área del cuadrado menos el área del triángulo (la parte sin sombrear). Como el área del cuadrado es $3 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$ y el área del triángulo es $2 \times 3 / 2 = 3 \text{ cm}^2$, entonces el área de la parte sombreada es $9 - 3 = 6 \text{ cm}^2$.

La respuesta es **(a)**.

Problema 7. Cada número en la pirámide, se obtiene de la suma de los dos números debajo de éste, ¿cuáles de las siguientes parejas de números pueden ser los números que van en lugar del **a** y **b**?



Solución: Veamos la pirámide de arriba hacia abajo.



El número 24 se obtiene sumando m y n , es decir, $24 = m+n$. El número m se obtiene sumando a y 3, es decir, $m = a+3$, similarmente, n se obtiene sumando 3 y b : $n=3 + b$. Por tanto

$$24 = m + n = (a + 3) + (3 + b) = a + b + 6,$$

Así, $24 = a + b + 6$, es decir, $a + b = 18$. Esto nos dice que a y b deben sumar 18, y la pareja (3, 15) es la única que cumple tal condición de entre las opciones sugeridas.

La respuesta es (e).

Problema 8. En el país Monedalandia, solo hay monedas de \$3 y \$5, ¿de cuántas maneras se pueden juntar \$30, sin importar el orden en que se den las monedas?

Solución: Tenemos monedas de \$3 y de \$5 y queremos juntar con ellas una cantidad de \$30. Es decir, queremos que la suma de los valores de las monedas sea 30. Una manera es usar 6 monedas de \$5:

$$\begin{array}{cccccc} \textcircled{5} & \textcircled{5} & \textcircled{5} & \textcircled{5} & \textcircled{5} & \textcircled{5} \\ & & & & & = \$30 \end{array}$$

Si se usan 5 monedas de \$5 se tendría \$25, y faltarían \$5 (para el total de \$30), que se tiene que juntar con monedas de \$3, lo cual es imposible (5 no es múltiplo de 3).

$$\begin{array}{cccccc} \textcircled{5} & \textcircled{5} & \textcircled{5} & \textcircled{5} & \textcircled{5} & \textcircled{?} \\ & & & & & = \$30 \end{array}$$

Similarmente, Si se usan 4 monedas de \$5 se tendría \$20, y faltarían \$10 que se tiene que juntar con monedas de \$3, lo cual es imposible ya que 10 no es múltiplo de 3.

Si se usan 3 monedas de \$5 se tendría \$15, y faltarían \$15 que se tiene que juntar con monedas de \$3, lo cual sí es posible, usando 5 monedas de \$3.

$$\begin{array}{cccc} \textcircled{5} & \textcircled{5} & \textcircled{5} & \\ & & & \\ & & & = \$30 \\ \textcircled{3} & \textcircled{3} & \textcircled{3} & \textcircled{3} & \textcircled{3} \end{array}$$

Si se usan 2 monedas de \$5 faltarían \$20 que se tiene que juntar con monedas de \$3, lo cual es imposible (20 no es múltiplo de 3). De igual modo, Si se usa 1 moneda de \$5 faltarían \$25 que se tiene que juntar con monedas de \$3, lo cual es imposible (10 no es múltiplo de 3).

Finalmente, si no se usan monedas de \$5, sí se pueden juntar \$30 con puras monedas de \$3 (usando 10 de ellas). Por tanto para pagar \$30 con monedas de \$3 y \$5, se tienen 3 formas a saber:

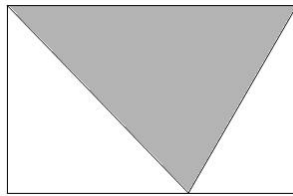
$$\$5+\$5+\$5+\$5+\$5+\$5,$$

$$\$5+\$5+\$5+\$3+\$3+\$3+\$3+\$3 \text{ y}$$

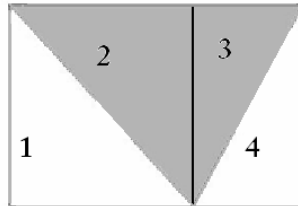
$$\$3+\$3+\$3+\$3+\$3+\$3+\$3+\$3+\$3+\$3.$$

La respuesta es **(d)**.

Problema 9. El área del rectángulo es 2008 cm^2 , ¿cuál es el área del triángulo sombreado?



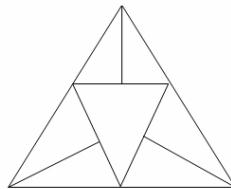
Solución: Dividamos el rectángulo en cuatro regiones de la siguiente manera:



Notemos que el área de la región 1 es igual al área de la región 2. Y el área de la región 3 es igual al área de la región 4. Por lo que el área sombreada es igual al área blanca, de tal manera que el área sombreada es la mitad del área del rectángulo, es decir, 1004 cm^2 .

La respuesta es **(b)**.

Problema 10. En la siguiente figura, ¿cuántos triángulos aparecen? (considera triángulos de todos los tamaños)



Solución: Contemos del mayor al menor de los triángulos que aparecen en la figura.



Un triángulo mayor.



Cuatro triángulos medianos.

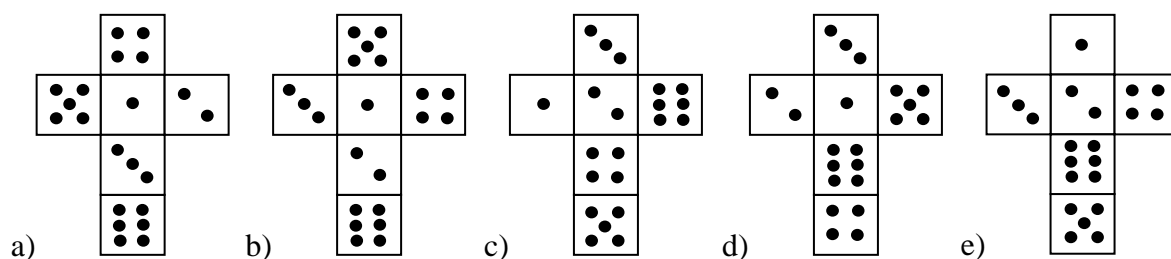


Seis triángulos pequeños.

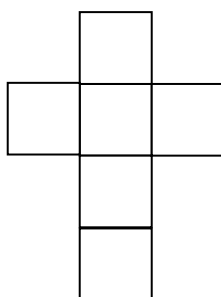
Así, el total será de $1+4+6=11$

La respuesta es (c).

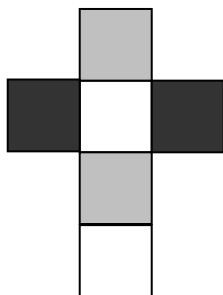
Problema 11. Un dado común, es aquél en el que la suma de los puntos pintados en caras opuestas es 7. ¿Con cuál de las siguientes figuras es imposible formar un dado común, si solo se permite hacer dobleces?



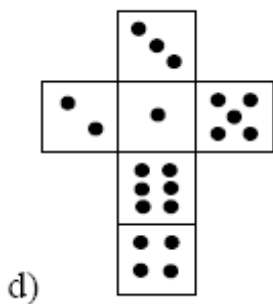
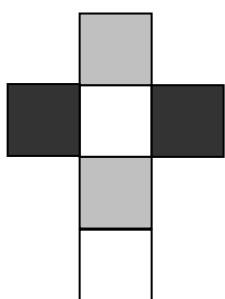
Solución. Consideremos una pieza de papel con la siguiente forma:



Con esta pieza de papel construimos un ‘dado’ común. Si pintamos las caras opuestas del dado con tres colores diferentes obtenemos la siguiente figura:

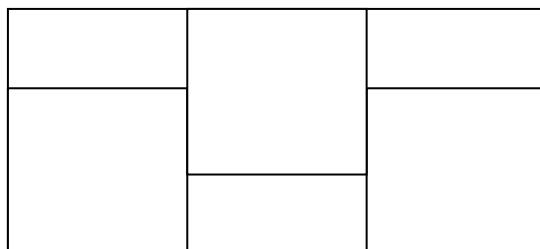


Como las caras opuestas están pintadas del mismo color, los números que se encuentran en las dos casillas del mismo color deben sumar 7. Revisando las posibles respuestas encontramos que en el inciso a), b) y c) cumplen esta condición. Sin embargo, en el inciso d) notamos que la suma de los números en las casillas blancas es $1+4 = 5$:

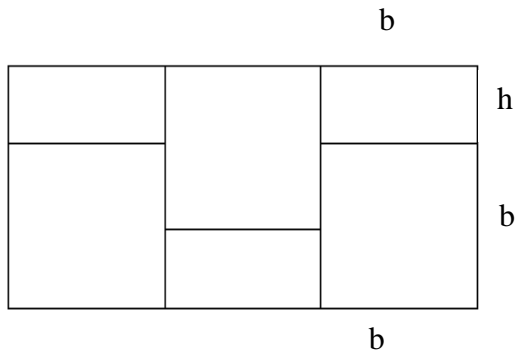


La respuesta es **(d)**.

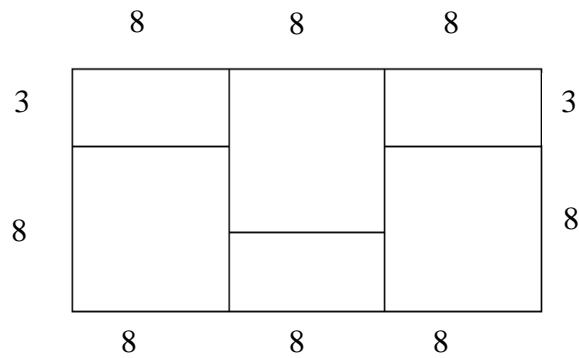
Problema 12. La siguiente figura se armó con tres piezas cuadradas y tres piezas rectangulares. Cada pieza cuadrada tiene 32 cm de perímetro, mientras que cada pieza rectangular tiene 22 cm de perímetro. ¿Cuál es el perímetro de la figura formada?



Solución. Llamemos b al valor del lado del cuadrado (que también es la longitud de la base de los rectángulos pequeños) y h a la altura del rectángulo pequeño.



El perímetro del cuadrado es $4b=32$, de donde $b=8$. Por otro lado, el perímetro del rectángulo pequeño es $2b+2h=22$. Sustituyendo el valor de b , obtenemos $2(8)+2h=22$ y de aquí deducimos que $h=3$. Por tanto, tenemos lo siguiente:



Así el perímetro del rectángulo mayor es $8+8+8+8+3+8+8+8+3+8 = 70$

La respuesta es **(a)**.