

Álgebra Lineal.

Examen de Conocimiento 2018

June 8, 2018

1. Halla el rango de la siguiente matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & a & 1 & b \\ a & 1 & b & 1 \\ 1 & b & 1 & a \\ b & 1 & a & 1 \end{pmatrix}.$$

El rango es una función de a y b . Así que necesitas dar los valores de el rango para todos los valores $(a, b) \in \mathbb{R}^2$.

2. Sea \mathcal{P}_2 el espacio vectorial de todos los polinomios de grado dos o menos en el intervalo unitario $0 \leq x \leq 1$. Considere el siguiente conjunto:

$$S = \left\{ p \in \mathcal{P}_2 : \int_0^1 p(x)dx = \int_0^1 p'(x)dx \right\}.$$

Muestre que S es un subespacio de \mathcal{P}_2 , determine su dimensión y encuentre una base.

3. Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Defina

$$\begin{aligned} T : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}^2) &\rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbb{R}^2) \\ B &\rightarrow AB - BA \end{aligned}$$

- (a) Decide si T es un isomorfismo.
(b) Fija una base ordenada β de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R}^2)$ y calcula la matriz $[T]_\beta$ que representa a T con respecto a esta base.
(c) Calcula una base para cada uno de los espacios característicos de T .
(d) Decide si T es diagonalizable o no.
4. Suponga que A es una matriz nilpotente (es decir, para A existe un entero k tal que $A^k = 0$).
- (a) Muestra que $I - A$ es invertible. Halla $(I - A)^{-1}$.
(b) Si A no es la matriz cero, entonces A no es diagonalizable.